

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

1 陰関数を微分することができる

<今まではすべて「 $y = f(x)$ 」の形の関数の導関数を考えてきましたが、そうでない形の関数もあります。例えば、円： $x^2 + y^2 = r^2$ などのように、 x と y が入り混じった

「 $f(x, y) = k$ (k : 定数)」

の形の関数も存在します。このような関数を「陰関数」といいます。陰関数でも、 $y = f(x)$ の形に持ち込める場合はあるけれど、 $f(x, y) = k$ のままで導関数 $y' = \frac{dy}{dx}$ を求めることが

できます。ここではその練習をしましょう。コツは両辺を強引に x で微分することです。>

1 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $x^2 + y^2 = 1$ (2) $x^2 + y^2 = 4$

(3) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ (4) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{a}$

(5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ (6) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

(7) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

(8) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = -1$ (9) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

(10) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

(11) $x^2 + xy + y^2 = 1$

(12) $3x^2 - 2xy + y^2 = 1$

(13) $x^2 + 3xy + y^2 = 1$

(14) $x^2y^2 = 4(x - y)$

解答

1	(1)	$-\frac{x}{y}$	(2)	$-\frac{x}{y}$	(3)	$-\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$
	(4)	$-\sqrt[3]{\left(\frac{y}{x}\right)^2}$	(5)	$-\frac{4x}{9y}$	(6)	$-\frac{x}{2y}$
	(7)	$-\frac{b^2x}{a^2y}$	(8)	$\frac{x}{2y}$	(9)	$\frac{4x}{5y}$
	(10)	$\frac{b^2x}{a^2y}$	(11)	$-\frac{2x+y}{x+2y}$	(12)	$\frac{3x-y}{x-y}$
	(13)	$-\frac{2x+3y}{3x+2y}$	(14)	$\frac{2-xy^2}{x^2y+2}$		